

О Т З Ы В

официального оппонента на диссертацию Салим Бадран Джасим Салим
«О некоторых равномерно корректных по С.Г.Крейну задачах для
дифференциальных уравнений с дробными производными»,
представленную на соискание ученой степени кандидата
физико-математических наук по специальности 01.01.02 –
дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное
управление.

Актуальность темы диссертации. Диссертационная работа Салим Бадран Джасим Салим посвящена изучению условий корректной разрешимости в смысле С.Г. Крейна начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с дробными производными. Изучаемые в работе вопросы корректной разрешимости играют важную роль при численном решении некоторых задач механики, тепломассопереноса и других проблем.

Основные методы исследования основаны на применении методов теории сильно непрерывных полугрупп операторов к задачам Коши

$$u'(t) = Au(t), u(0) = u_0, \quad t \geq 0, \quad (1)$$

$$u''(t) = Au(t), \quad u(0) = \varphi, \quad u'(0) = \psi, \quad (2)$$

и краевым задачам

$$u''(t) = Au(t), \quad u(0) = \varphi, \quad u(a) = \psi, \quad (3)$$

$$u''(t) = Au(t), \quad u(0) = \varphi, \quad \lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t)\| < \infty, \quad (4)$$

где A – некоторые дифференциальные операторы.

Задачи (1)–(4) изучались многими авторами. В отличие от работ предшественников, исследования в диссертации проводятся в новых классах функциональных пространств, обобщающих весовые пространства Лебега и пространства Степанова. Исследование задач в таких классах пространств привело автора к необходимости изучения этих пространств, новых классов сильно непрерывных полугрупп операторов, групп, косинус-функций и производящих операторов во введенных пространствах. Полученные результаты применяются к построению точных решений начально-краевых задач для дифференциальных уравнений с

оператором Адамара-Эйлера и к их оценке во введенных функциональных пространствах. Данные обстоятельства свидетельствуют об актуальности темы диссертационного исследования.

Об актуальности диссертационного исследования свидетельствуют также и возможности использования результатов диссертации при чтении курсов по выбору по дифференциальным уравнениям.

Степень обоснованности научных положений, выводов и рекомендаций. Автор достаточно корректно применяет известные научные методы обоснования полученных результатов, выводов и рекомендаций, что подтверждается использованием методов теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории сильно непрерывных полугрупп и групп операторов и их приложений. Диссертационная работа выполнена на высоком математическом уровне, отличается ясностью и строгостью математических обоснований. Основные результаты сформулированы в виде формул и теорем, которые снабжены строгими доказательствами.

Оценка новизны. Замечания. Диссертация состоит из введения, трех глав, четырнадцати параграфов и списка цитируемой литературы.

Во введении обоснованы актуальность темы и научная новизна работы, кратко излагается содержание диссертации и описываются ее основные результаты.

Первая глава носит вспомогательный характер. В ней изложены необходимая терминология, понятия результаты и факты по теории сильно непрерывных полугрупп, групп и косинус-функций, связанные с равномерно корректными задачами для эволюционных уравнений. По мнению оппонента глава содержит избыточную информацию, которую можно найти в различных курсах функционального анализа, дифференциальных уравнений и теории функциональных пространств, в частности, в известных монографиях Э.Хилле и Р. Филлипса, С.Г.Крейна, А.В. Костина и В.А. Костина и других авторов.

Основные результаты диссертации представлены во второй и третьей главах.

Во второй главе вводятся новые классы гипервесовых функциональных пространств. В связи с этим вводятся классы гипервозрастающих, гиперубывающих, левополумультипликативных и правополумультипликативных функций и изучаются их свойства. Инвариантность введенных классов функциональных пространств относительно операций дробно-

го интегрирования Римана - Лиувилля является основополагающей при установлении корректной разрешимости задач, рассматриваемых в диссертации. Следует заметить, что, например, пространства со степенными весами таким свойством не обладают. В этой же главе рассматриваются операторы D_+ и D_- , заданные равенствами

$$l_+\varphi(t) = \frac{d\varphi(t)}{dt}, l_-\varphi(t) = -\frac{d\varphi(t)}{dt}.$$

Показывается, что операторы $-D_+$ и $-D_-$ являются генераторами полугрупп класса C_0 , приводятся оценки для норм операторов этих полу групп, определяются дробные степени D_+^α и D_-^α операторов D_+ и D_- и даны оценки их норм. С применением полученных результатов изучается операторное дифференциальное уравнение с дробными операторами D_+^α и D_-^α , решение которого записывается с применением функции Грина, показывается корректная разрешимость этого уравнения во введенных пространствах,дается оценка нормы решения, приводятся другие формулы для решения уравнения. Полученные в главе результаты принадлежат автору диссертации. Отмечу, что дифференциальные уравнения рассматриваемого вида с правыми дробными производными Римана-Лиувилля, но не как операторные уравнения, рассматривались в монографии В.В. Учайкина (Методы дробных производных, Ульяновск: Изд. "Артишок 2008.-512 с.), где указаны их многочисленные приложения.

Замечание 1. Почему определение резольвенты в определении 1.2.8 одно, а на странице 48 диссертации используется другое определение?

Замечание 2. Как понимать записи в формулах (2.4.3), (2.4.7) и (2.4.11)?

В заключительной главе диссертационной работы изучаются операторы Адамара-Эйлера D_a , выражаемые через дифференциальное выражение $l = x \frac{d}{dx}$ ($x \geq 0$) с областями определения в обобщенных функциональных пространствах Степанова. К дифференциальным уравнениям, содержащим D_a , относится, в частности, классическое уравнение Эйлера, уравнение, описывающее закон реактивного движения ракеты с переменной массой и др. В первом параграфе главы показано, что операторное семейство $T(t)\varphi(x) = \varphi(xe^t)$ ($t \in R$) является сильно непрерывной группой преобразований в $L_{p,\omega}$ с нормой $\|\varphi\|_{S_{p,\omega,\gamma}} = \sup_{x \in R^+} (x^\omega \int_0^x s^{-\gamma} |\varphi(s)|^p ds)^{1/p}$ и устанавливается формула для вычисления нормы $\|T(t)\varphi\|_{p,\omega}$. Показано, что производящим оператором группы $T(t)$ является оператор D_a с областью определения $\{\varphi : \varphi \in L_{p,\omega}, x \frac{d\varphi}{dx} \in L_{p,\omega}\}$. Во втором параграфе главы

изучаются операторные косинус-функции, в §3.3 – полугруппы и группы Адамара-Эйлера в обобщенных пространствах Степанова. В §3.4 исследуются дробные степени операторов Адамара-Эйлера и устанавливаются оценки их норм в обобщенных пространствах Степанова, показывается, что эти операторы совпадают с дробными интегралами Ж. Адамара, в §3.5 полученные результаты применяются к изучению равномерно корректной разрешимости задач (1)-(4) с операторами Адамара-Эйлера. В §3.6 получены условия равномерно корректной разрешимости задачи Коши для обобщенного телеграфного уравнения.

Замечание 4. Как следует понимать записи в формуле (3.6.26)?

Основные результаты диссертации Салим Бадран Джасим Салим являются новыми.

Общие замечания по диссертационной работе.

1. На стр. 5 неудачна фраза „... линейного взаимооднозначного соответствия оператора A и нормированных пространств U и F ...“, на стр. 8 вместо „не интегрируема по Лебегу“ написано „не интегрируема по Лапласу“, на стр. 83 во 2-й строке снизу вместо норма набрано оператора.

2. В тексте отсутствует формула (0.7), вместо записей типа (0.1)-(0.7) лучше использовать записи типа (0.1)/(0/7).

3. В (1.2.26) ничего не сказано о φ и ψ , формула, видимо, требует уточнения, на стр. 34 не указаны определения G_1 и G_2 , на стр. 37 в (1.4.4) вместо $u(t) \in D(A)$ нужно $u \in D(A)$, аналогично и в (1.4.5) и (1.4.7), на стр. 53 нужно $\psi'_-(t) < 0$, а не $\psi_-(t) < 0$.

4. Имеются пропуски в записях: на стр. 59 в (2.4.3), на стр. 60 в (2.4.7), на стр. 61 в (2.4.11), на стр. 67 в (3.2.7) пропущено ds , требуют уточнения (3.3.2) и (3.3.3), в записи на стр. 73 пропущен знак \in в записи $y \in (0, \infty)$.

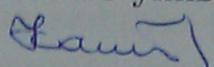
5. В работе встречаются ошибки, опечатки, орфографические, синтаксические и стилистические погрешности: на стр. 11 вместо $x \rightarrow \ln x$ написано $x \rightarrow \ln \tau$, вместо §набрано S, на стр. 21 вместо $\|x_n - x_0\| \rightarrow 0$ набрано $\|x_n - x_0\|$, на стр. 28 вместо $C(0, [0, \infty))$ набрано $C[0, \infty]$ и др..

6. Допущены погрешности в использовании ГОСТ при оформлении литературы.

Указанные здесь и выше замечания не снижают общего научного уровня работы.

Заключение по диссертации. Диссертация Салим Бадран Джасим Салим "О некоторых равномерно корректных по С.Г. Крейну задачах для дифференциальных уравнений с дробными производными" соответствует

специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление, является законченной квалификационной научной работой, самостоятельно подготовленной автором. Основные результаты диссертации своевременно опубликованы, автореферат соответствует основному содержанию диссертации. Диссертационная работа отвечает требованиям п.9 Положения о порядке присуждения учёных степеней к кандидатским диссертациям по указанной специальности, а ее автор Салим Вадран Джасим Салим заслуживает присуждения учёной степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 – дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Официальный оппонент,
заведующий кафедрой математики
Липецкого государственного педагогического университета,
доктор физ.-матем. наук, профессор  А. С. Калитвин

Адрес ЛПГУ: 398020, г. Липецк, ул. Ленина, д.42; телефон: 328303, 328381; E-mail: kalityvin@mail.ru

Подпись А.С. Калитвина заверяю.

Начальник управления кадрового обеспечения ИГПУ Чернова В.Ф.

